Trigonometrie II - Trigonometrische Funktionen

Gradmaß und Bogenmaß eines Winkels, Winkelfunktionswerte für Winkel im Bogenmaß

Ziele: Umrechnung von Winkeln vom Gradmaß ins Bogenmaß und umgekehrt

Angabe von Winkelfunktionswerten zu vorgegebenen Winkeln im Bogenmaß (Vielfache von π)

grafischen Verlauf der Winkelfunktionen und einfache Modifikationen kennen und skizzieren können

Bsp.: Rechnen Sie ins Bogenmaß um:

5°; 15°; 30°; 75°; 135°; 210°

$\frac{\pi}{36}; \frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{6}; \frac{5}{12}\pi; \frac{3}{4}$

Rechnen Sie ins Gradmaß um!

$\frac{\pi}{18}; \frac{\pi}{10}; \frac{3}{5}\pi; \frac{7}{5}\pi; \frac{5}{4}\pi; \frac{11}{6}\pi$

10°; 18°; 108°; 252°; 235°; 330°

Berechnen Sie den Wert der drei Winkelfunktionen für

a) $x = \frac{1}{3}\pi$

$\sin x = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \cos x = \frac{1}{2}$

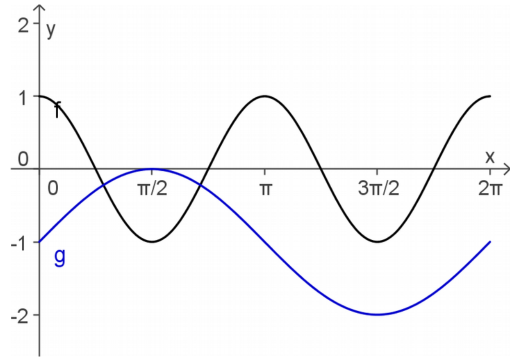
b) $x = \frac{7}{4}\pi$

$\sin x = \cos x = -\frac{1}{2}\sqrt{2};$

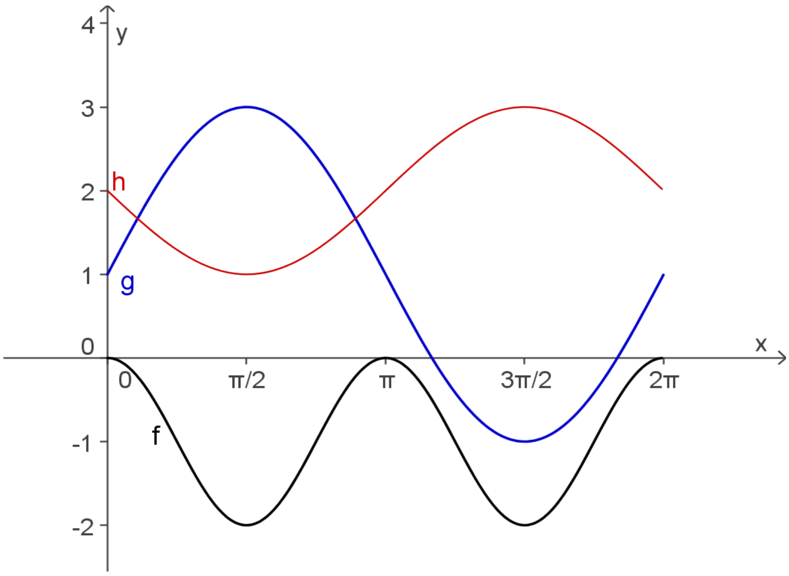
Skizzieren Sie den Graphen von

a) $y = f(x) = \cos x$

b) $y = f(x) = \sin x - 1$



Welche Graphen sind dargestellt?



$f(x) = \cos(2x) - 1$

$g(x) = 2 \sin x + 1$

$h(x) = - \sin x + 2$

Welche Funktion erhält man, wenn man den Graphen von $y = f(x) = 2 \sin x$

an der x-Achse spiegelt?

$y = - 2 \sin x$

Für welchen Bereich in $[0; 2\pi]$ gilt:

a) $\sin x > 0$ und $\cos x < 0$?

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi$$

b) $\sin x < 0$ und $\tan x < 0$?

$$\frac{3}{2}\pi < x < 2\pi$$

Berechnung von Winkeln, einfache goniometrische Gleichungen

Ziele: Berechnung der Basislösungen zur vorgegebenen einfachen Winkelfunktionswerten

Angabe und Ausnutzung der Quadrantenbeziehungen und einfacher Symmetriebeziehungen zur Bestimmung von Winkeln

Angabe der allgemeinen Lösung einfacher goniometrischer Gleichungen

Kenntnis des trigonometrischen Pythagoras und der Definition der Tangensfunktion und Anwendung dieser Beziehungen zu einfachen Berechnungen

Bsp.: Für welche Winkel in [0; 2π] gilt:

a) $\sin x = -\frac{1}{2}$ $\qquad x_1 = \frac{7}{6}\pi;\ x_2 = \frac{11}{6}\pi$

b) $\cos x = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ $\qquad x_1 = \frac{5}{6}\pi;\ x_2 = \frac{7}{6}\pi$

c) tan x = - 1 $\qquad x_1 = \frac{3}{4}\pi;\ x_2 = \frac{7}{4}\pi$

Eine Lösung der Gleichung: cos x = a heißt $x_1 = \frac{\pi}{5}$. Wie heißt die andere Basislösung? $\qquad x_2 = \frac{9}{5}\pi$

Der Rechner zeigt bei der Lösung der Gleichung
$\sin x = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$ die Lösung $x = -\frac{\pi}{4}$ an.

Wie lauten die beiden Lösungen in [0 2π]?

$x_1 = \frac{5}{4}\pi;\; x_2 = \frac{7}{4}\pi$

Geben Sie alle Winkel x in [0; 2π] an, für die die Gleichung gilt:

$\tan x = \sqrt{3}$

$x_1 = \frac{1}{3}\pi;\; x_2 = \frac{4}{3}\pi$

Geben Sie alle reellen Lösungen der Gleichung sin x = 1 an!

$x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi;\; k \in \mathbb{Z}$

Für einen Winkelfunktionswert gilt: cos x = 0,3
Welchen Wert nehmen dann die anderen Winkelfunktionen für denselben Winkel an, wenn alle Werte positiv sind!

$\sin x = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}; \tan x$

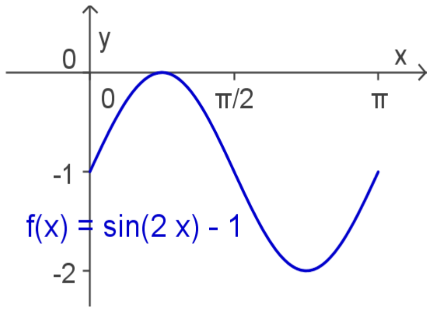
Modifikationen der Winkelfunktionen

Ziele: Schüler kennen die geometrische Bedeutung der Parameter a, b und d in y = a·sin(bx) + d

Schüler können Graphen mit vorgegebenen Parameterwerten skizzieren oder Eigenschaften angeben

Schüler können aus Skizzen oder vorgegebenen Eigenschaften eine Funktionsgleichung angeben

Bsp.: Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $y = f(x) = \sin 2x - 1$ für eine volle Periode!



Geben Sie die Gleichung einer Sinusfunktion an, deren kleinste Periode $p = \pi$ beträgt und die den Wertebereich [-2; 6] hat.

$y = 4 \cdot \sin(2x) + 2$

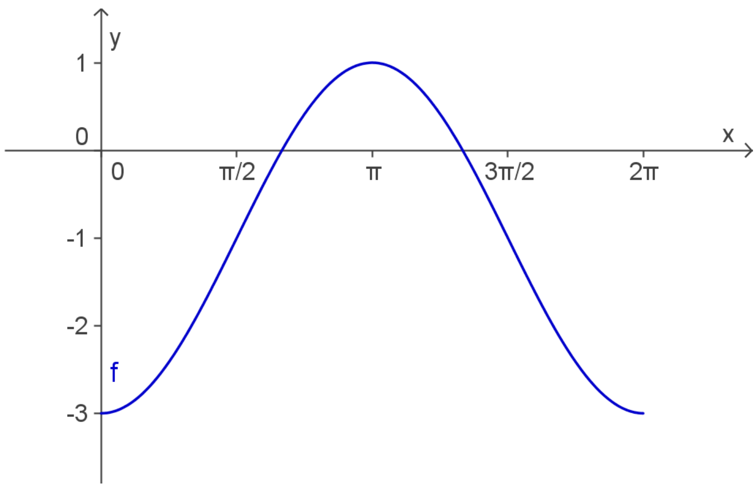
Geben Sie die kleinste Periode und den Wertebereich der Funktion

$y = 3 \cos(\pi x) - 1$ an!

$p = 2$

$W = [-4; 2]$

Geben Sie eine Gleichung der dargestellten Funktion an!



$f(x) = -2 \cos x - 1$

Der Graph der Funktion $f(x) = 2 \cos x + 1$ wird

a) an der x-Achse...

$f_1(x) = -2 \cos x - 1$

b) an der y-Achse gespiegelt Wie lautet jeweils die Gleichung der entstandenen Funktion?	$f_2(x) = 2 \cos x + 1$ (Symmetrie)
Beschreiben Sie, wie der Graph der Funktion y = 2 sinx – 3 aus dem Graphen von y = sin x hervorgeht!	Streckung des Graphen mit Faktor 2 in y-Richtung. Verschiebung des gestreckten Graphen um 3 LE nach unten.
Eine Winkelfunktion hat als kleinste Periode p = 4. Welche Faktoren können dabei vor dem Argument x stehen?	$b = \pm\frac{\pi}{2}$