

Trigonometrie I

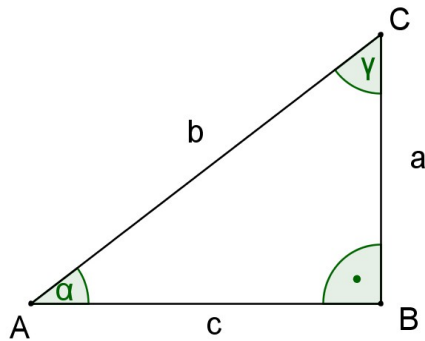
Definition der Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck

Ziele: Kenntnis der Definitionen, Kenntnis der Winkelfunktionswerte für Winkel von 30° , 45° und 60°

Anwendung zum Aufstellen von Lösungsansätzen zur Berechnung in Dreiecken

(Dabei sollte man teilweise im Gegensatz zu den hier aufgeführten Beispielen immer nur wenige Größen berechnen zu lassen.)

Bsp: Geben Sie für die Winkel α und γ im Dreieck ABC die Formeln für die drei Winkelfunktionen an!

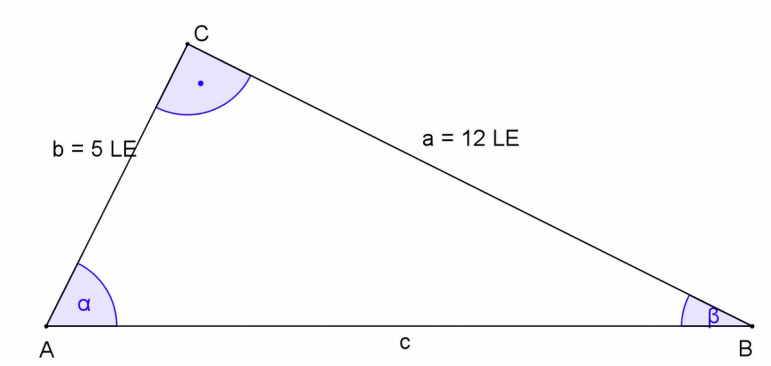


$$\sin \alpha = \frac{a}{b}; \quad \sin \gamma = \frac{c}{b}$$

$$\cos \alpha = \frac{c}{b}; \quad \cos \gamma = \frac{a}{b}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{c}; \quad \tan \gamma = \frac{c}{a}$$

Berechnen Sie im Dreieck ABC mit $\gamma = 90^\circ$ die Werte für c , $\sin \alpha$, $\cos \beta$ und für $\tan \beta$.



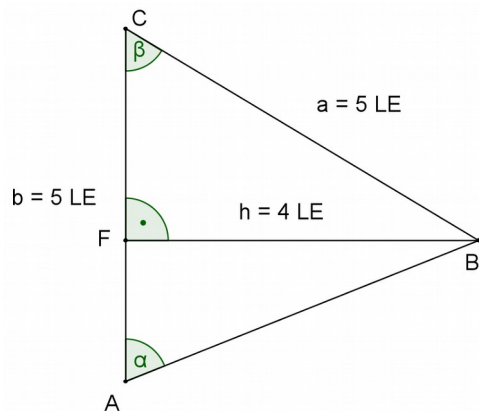
$$c = 13 \text{ LE}$$

$$\sin \alpha = 12/13$$

$$\cos \beta = 5/13$$

$$\tan \beta = 5/12$$

Bestimmen Sie im allgemeinen Dreieck ABC die Werte für $\sin \beta$, für $\tan \beta$ und für $\tan \alpha$.



$$\sin \beta = 4/5 = 0,8$$

$$\tan \beta = 4/3$$

$$\tan \alpha = 4/2 = 2$$

Wie groß ist ein Winkel im rechtwinkligen Dreieck, für den gilt:

a) $\sin \alpha = 0,5$

$$\alpha = 30^\circ$$

b) $\tan \alpha = 1$

$$\alpha = 45^\circ$$

c) $\cos \alpha = 0,5$

$$\alpha = 60^\circ$$

Für welchen spitzen Winkel α gilt: $\sin \alpha = \cos \alpha$?

$$45^\circ$$

Welche Werte ergeben die Winkelfunktionen Sinus und Kosinus für einen Winkel von 60° ?

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \cos \alpha = \frac{1}{2}$$

Definition der Winkelfunktionen im Einheitskreis

Ziele: Kenntnis der Definitionen, Kenntnis der Vorzeichen der Funktionswerte (Quadrantenbeziehungen)

Kenntnis wichtiger Funktionswerte auch für einige größere Winkel

Bsp: Für welche Winkel zwischen 0 und 360° gilt: $\cos \alpha = 0$? $90^\circ, 270^\circ$

Welche Vorzeichen haben die drei Winkelfunktionen für den Winkel $\alpha = 140^\circ$ $\sin \alpha > 0$

$\cos \alpha < 0$

$\tan \alpha < 0$

Geben Sie einen Winkel an, für den nur der Tangens positiv ist. z.B. 200°

Geben Sie ein Winkelpaar an, für das

a) die Werte des Sinus z.B. 40° und 140°

b) die Werte des Kosinus z.B. 40° und 320°

c) die Werte des Tangens übereinstimmen! z.B. 40° und 220°

Stellen Sie die folgende Gleichung nach $\cos \alpha$ um:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha.$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

In einem Dreieck ABC sind die Stücke a, b und β gegeben. In welcher Reihenfolge wendet man nun welche Sätze an um weitere Stücke zu berechnen?

1) Sinussatz für α

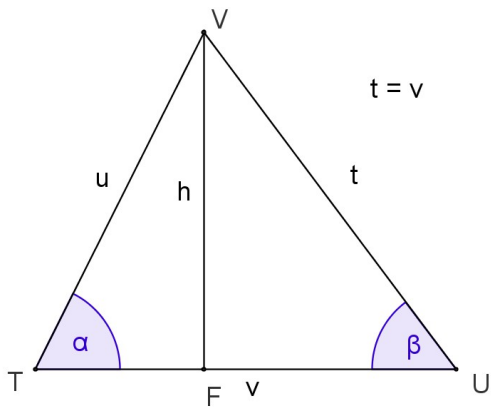
2) Innenwinkelsumme für γ

3) Kosinussatz oder Sinussatz für c

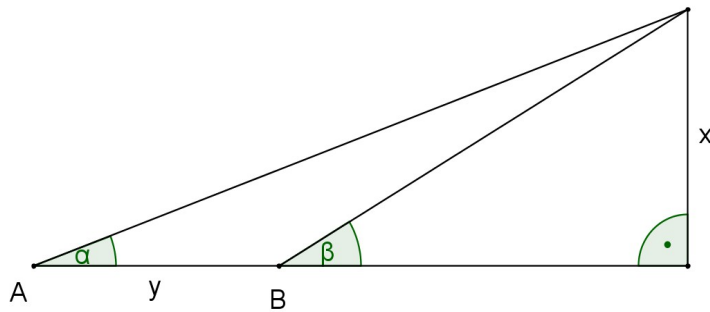
Gegeben sind im gleichschenkligen Dreieck die Größen u und h. Schreiben Sie Gleichungen auf, mit denen man daraus die Größen der Winkel α und β bestimmen kann!

$$\sin \alpha = \frac{h}{u}$$

$$\beta = 180^\circ - 2\alpha$$



Schreiben Sie einen Ansatz zur Bestimmung von x aus den gegebenen Stücken α , β und y auf!



$$y + z = \frac{x}{\tan \alpha}$$

$$z = \frac{x}{\tan \beta}$$

$$y \cdot \tan \alpha \cdot \tan \beta = x (\tan \beta - \tan \alpha)$$

$$x = \frac{y \cdot \tan \alpha \cdot \tan \beta}{\tan \beta - \tan \alpha}$$