

Mathematik mit Polyminos

-

vom Domino zum Pentomino

Meisterklasse Mathematik - Dresden 2017

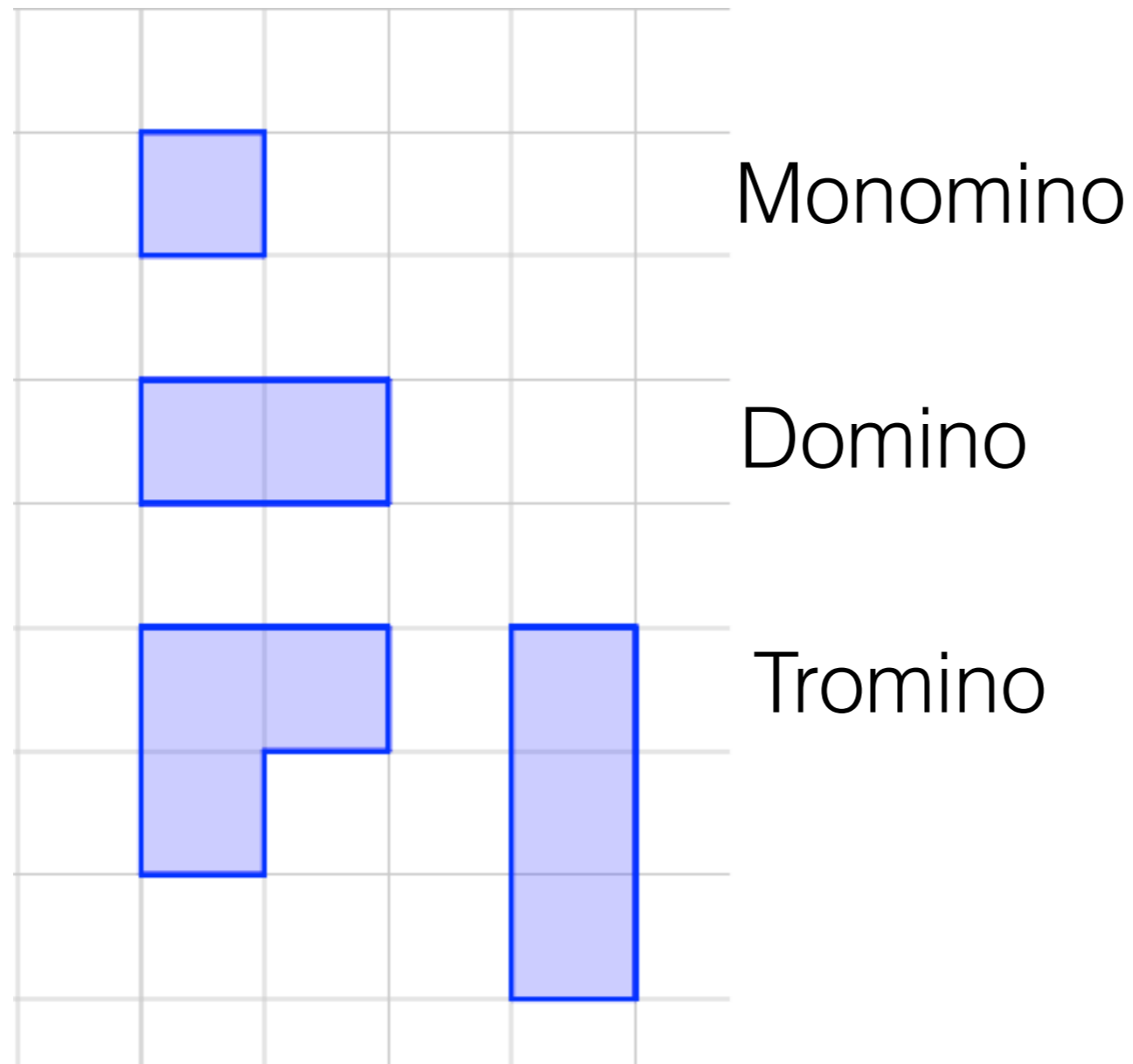
Olaf Schimmel (Ulf-Merbold-Gymnasium Greiz)

www.mathoid.de , os@mathoid.de

Gliederung

1. Was sind Polyominos?
2. Dominos, Trominos und Tetrominos
3. Lösungen (I)
4. Pentominos
5. Hexominos und Würfelnetze
6. Lösungen (II)
7. Ausblick

1 Was sind Polyominos?

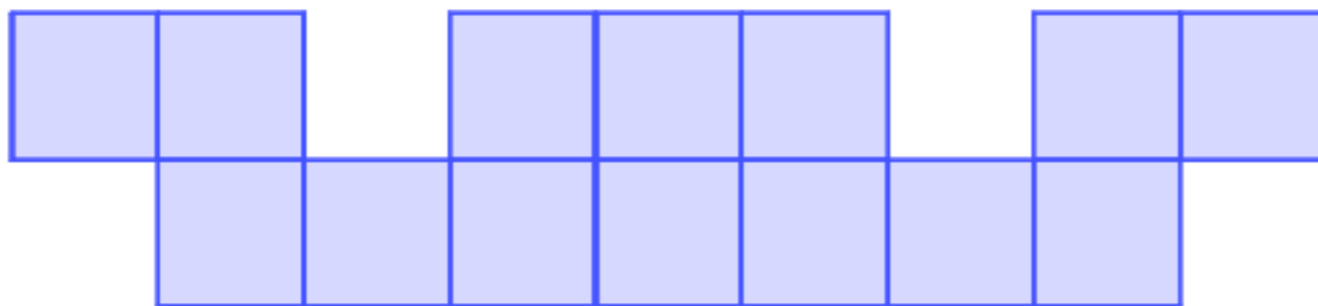


Definition:

Polyominos (n-minos) sind ebene Figuren, die aus n kongruenten Quadraten bestehen.

Dabei gilt:

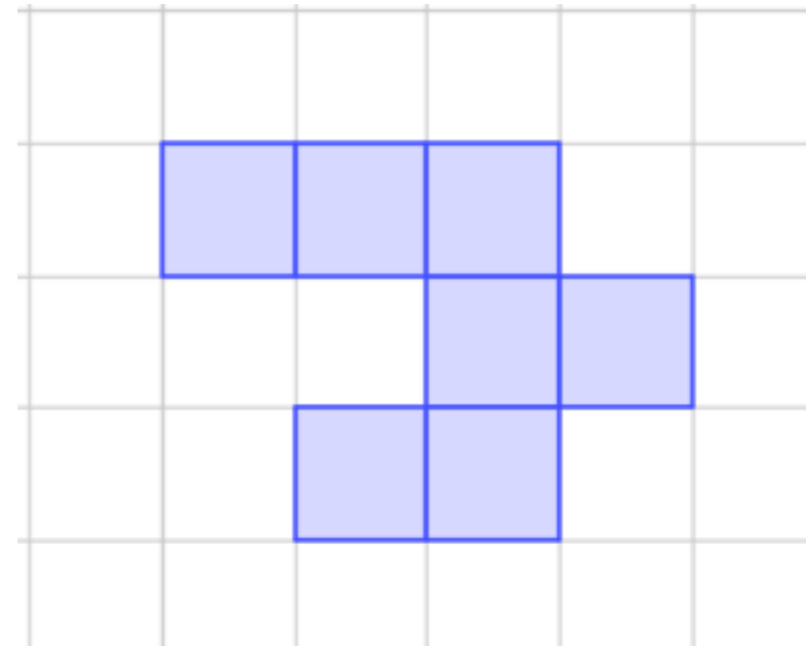
1. Je zwei benachbarte Quadrate haben genau eine Seite gemeinsam.
2. Zu jeweils zwei nicht benachbarten Quadraten der Figur gibt es eine Folge benachbarter Quadrate.



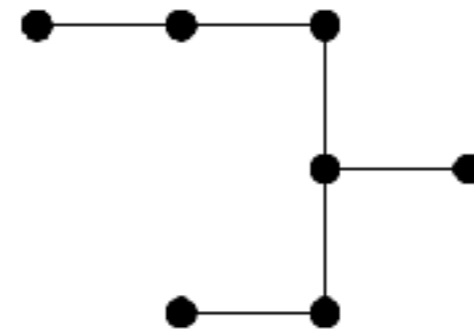
$n = 14$

$n = 7$

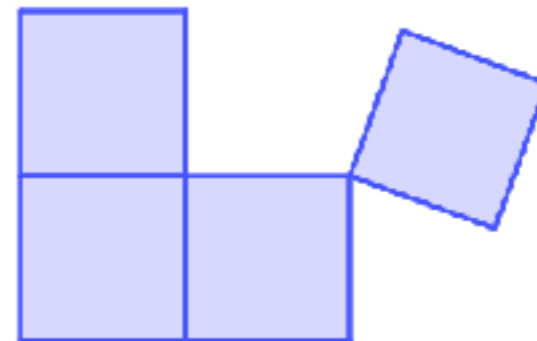
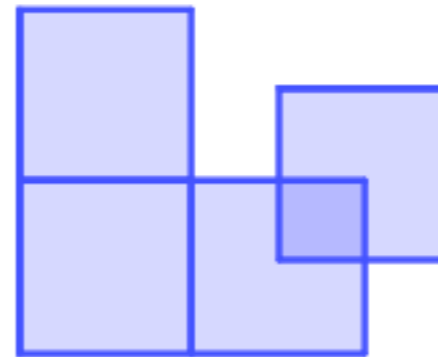
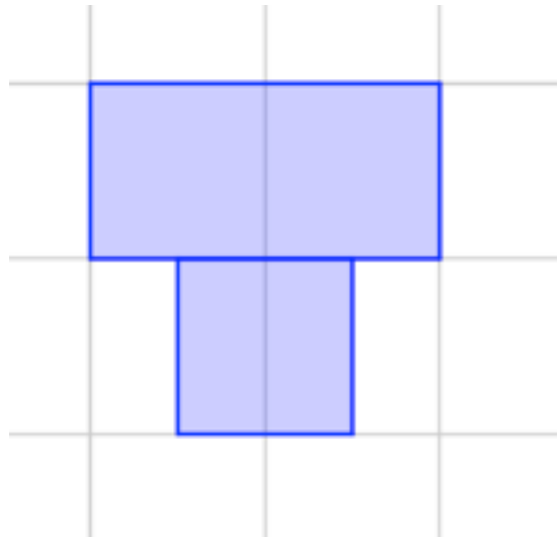
Das ist ein Heptomino ...



... und hier ist sein Graph.

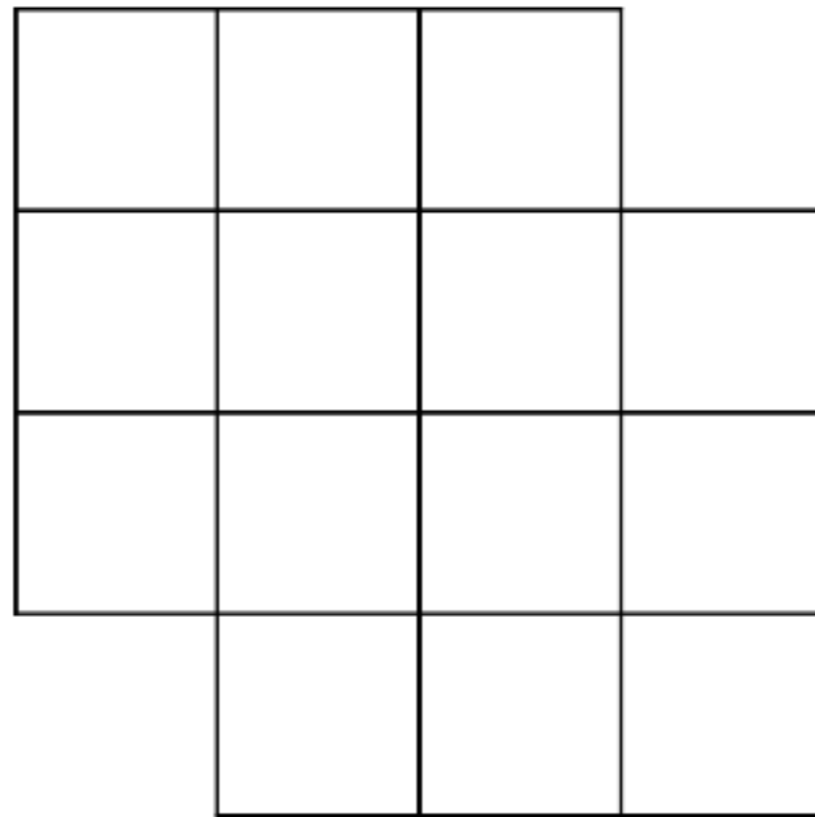
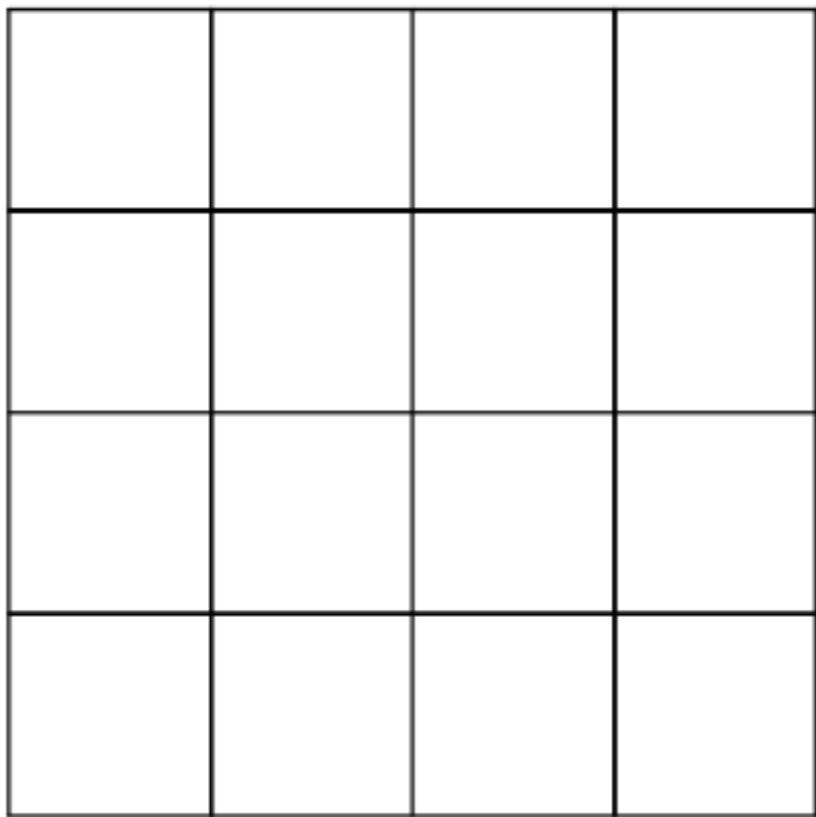


Warum sind das keine Polyminos?



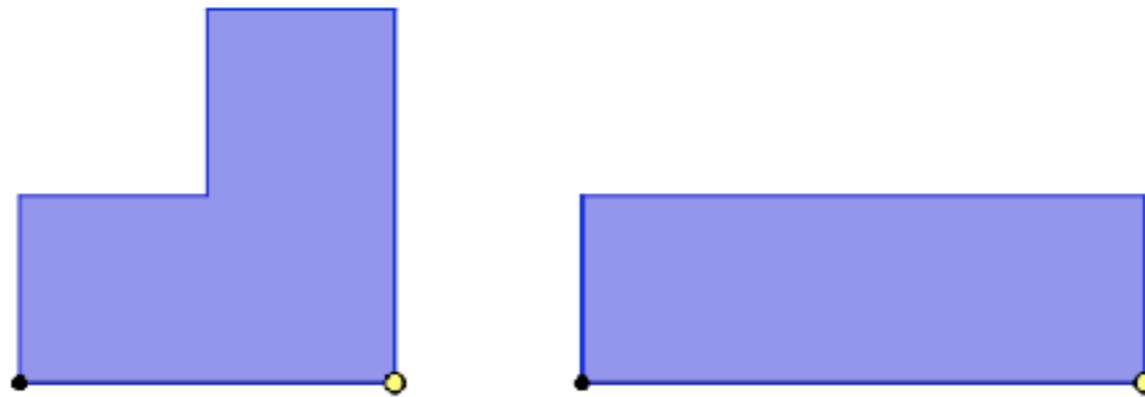
2 Dominos, Trominos und ...

Mit Dominosteinen soll ein quadratisches Gitter ausgelegt werden. Jeder Dominostein überdeckt genau zwei Quadrate des Gitters.
Gibt es immer Lösungen?

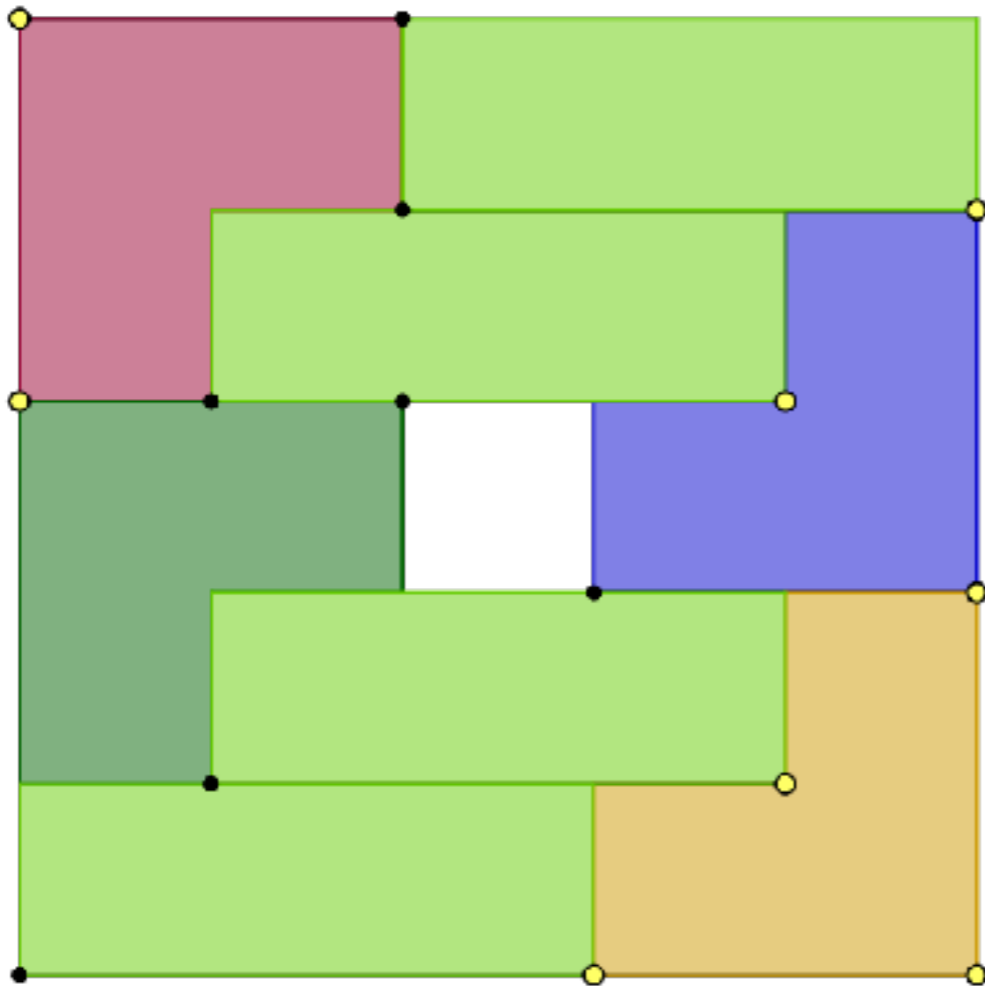


Trominos

Aus jeweils drei Quadraten kann man folgende Trominos zusammensetzen:

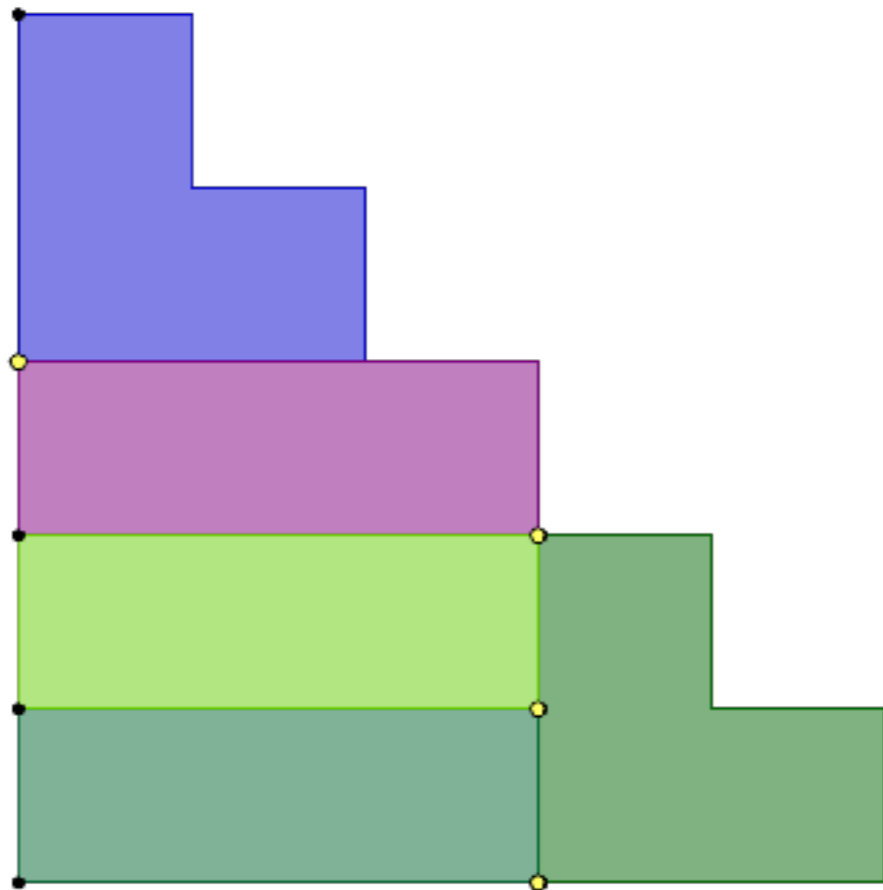


Figuren aus Trominos:



Aus vier Trominos jeder Sorte kann man ein 5x5-Quadrat mit einem „Loch“ in der Mitte legen.
Geht dies auch mit jeweils 8 Trominos einer Sorte?

„Treppenbau“:



Aus fünf Trominos kann man eine „Treppe“ der Höhe $h = 5$ legen.

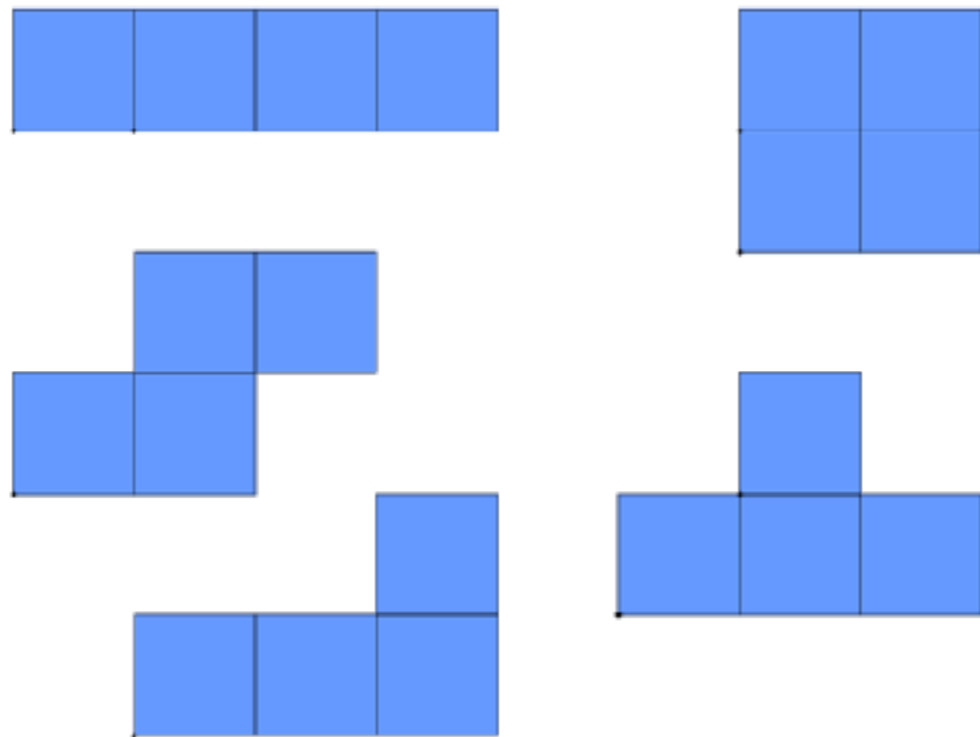
Welche Treppenhöhen h sind möglich, welche nicht?

Begründe jeweils deine Antworten.

Tetrominos

Tetrominos bestehen aus vier Quadraten.

Wie viele gibt es und wie sehen sie aus?



Es gibt 5
Tetrominos.

Sie überdecken
insgesamt
20 Quadrate.

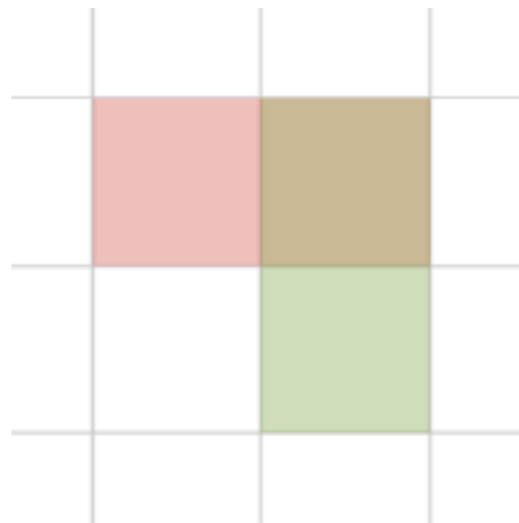
Kann man mit einem Satz Tetrominos ein
4x5-Rechteck legen?

Und nun gehts zum
ersten Arbeitsblatt.

3 Lösungen (I)

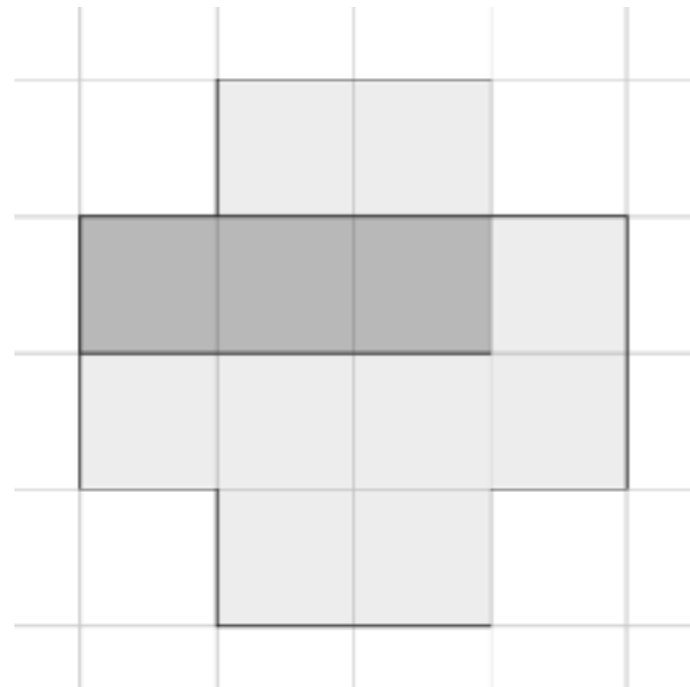
Aufgabe 1

- a) Es gibt nur drei Möglichkeiten.
- b) Unten links (und auch rechts würden sich zwei Dominosteine überlappen).

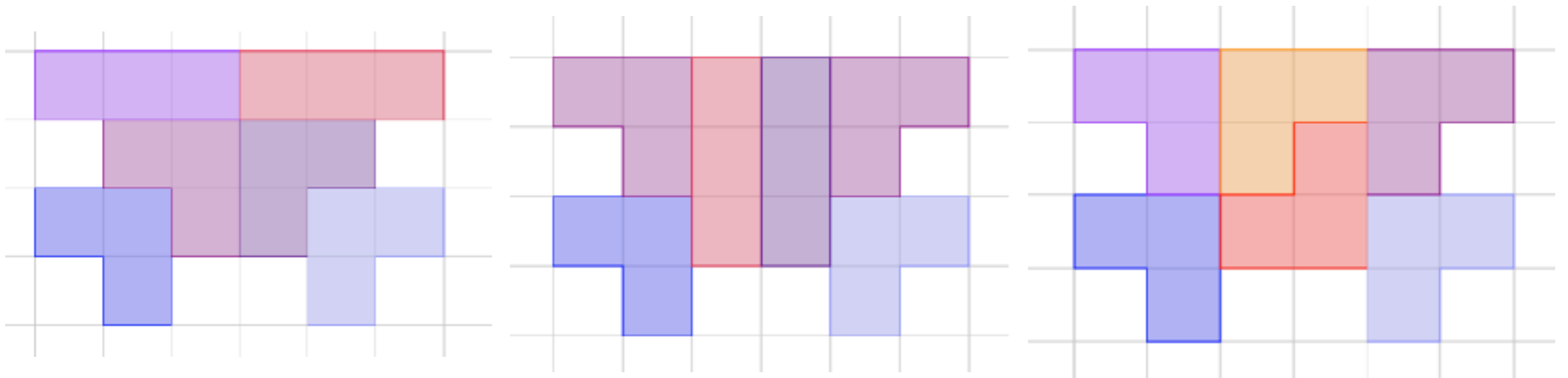


Aufgabe 1

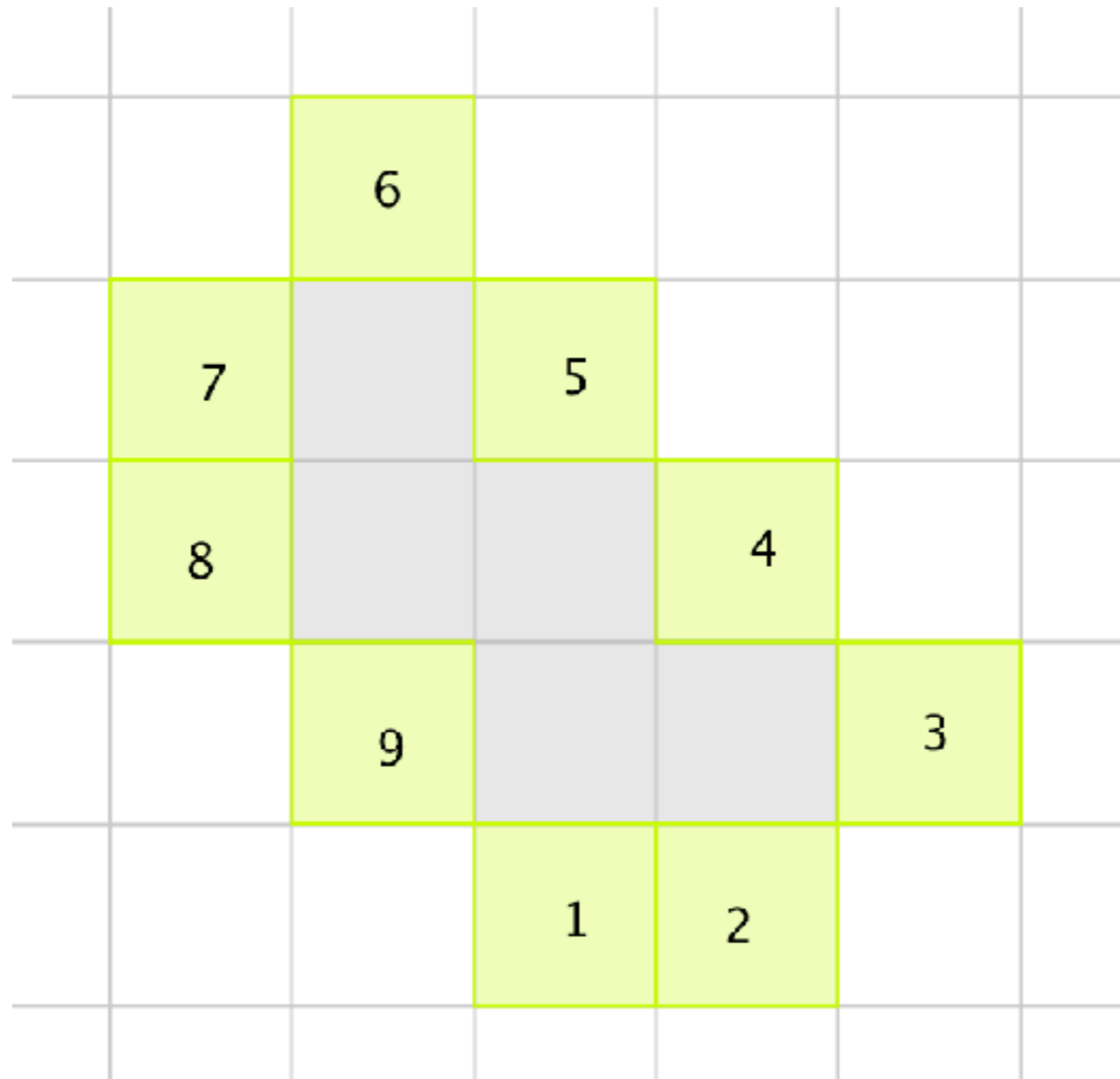
c)



d) Es gibt vier Lösungen. Wie sieht die vierte aus?



Aufgabe 2 Das ergänzte „W“

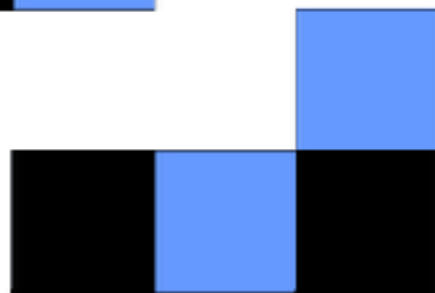
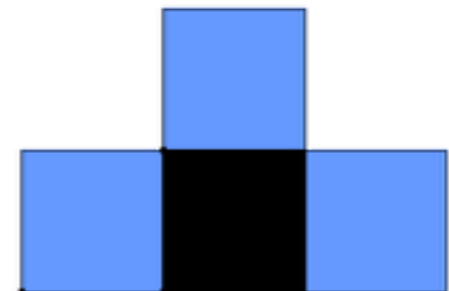
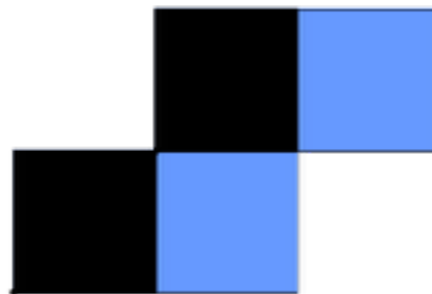
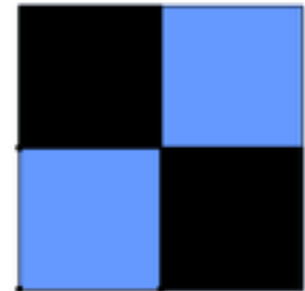
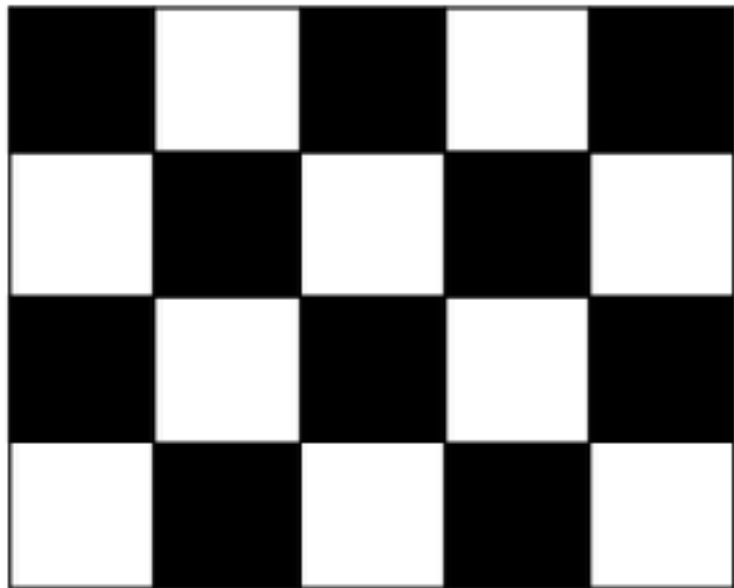


Aufgabe 3

Trominotreppen sind grundsätzlich immer möglich, wenn die Anzahl der Quadrate eine durch drei teilbare Zahl ist.

Treppen mit den Höhen 4; 7; 10; 13; ... lassen sich nicht bauen.

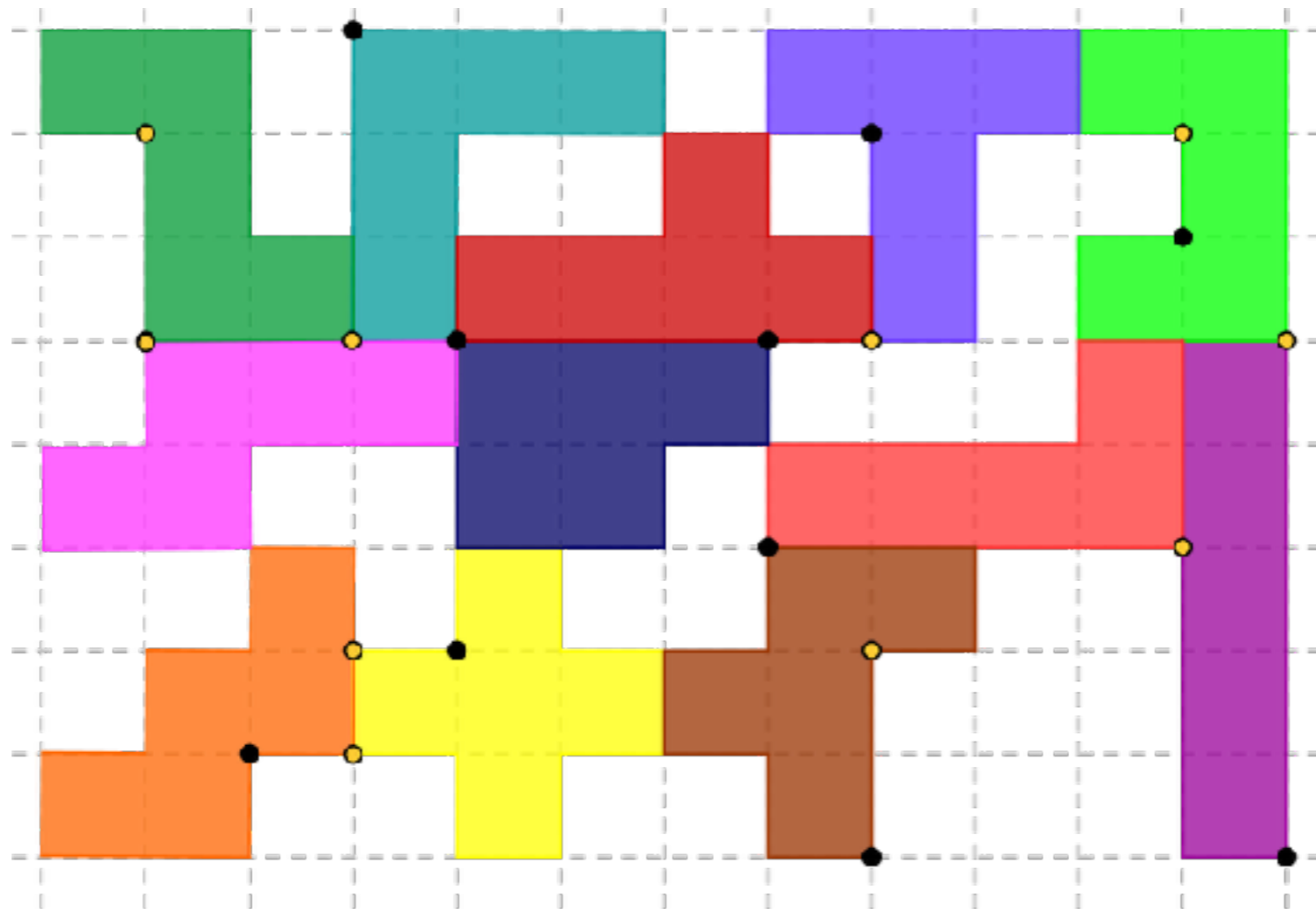
Aufgabe 4



Zähle und vergleiche die schwarzen Quadrate. :-)

4 Pentominos

n-minos aus fünf Quadraten heißen Pentominos.



Es gibt genau 12 Stück.

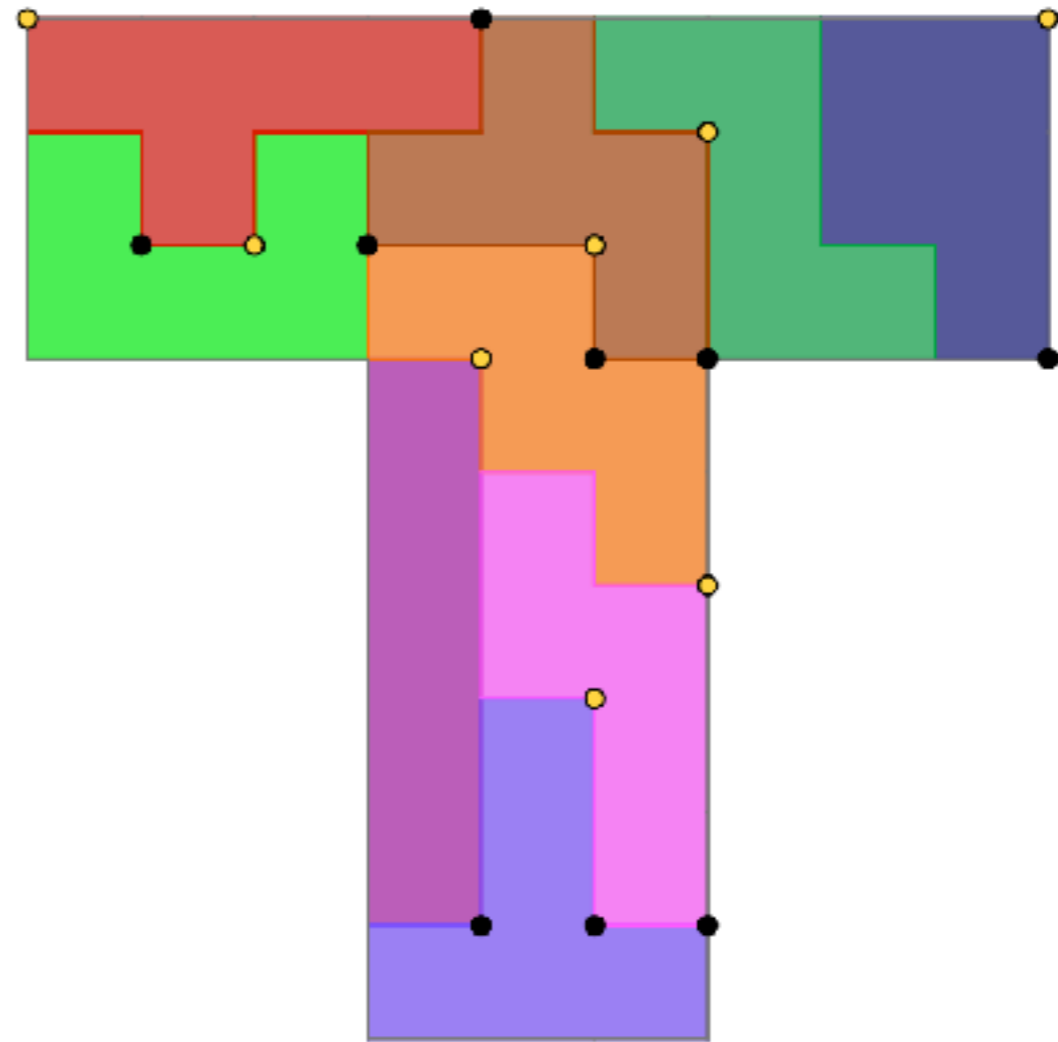
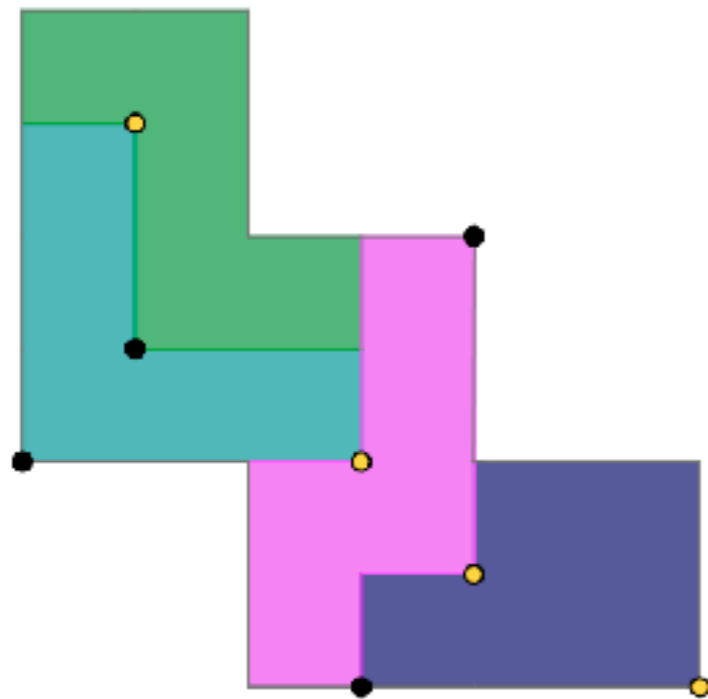
Die Summe ihrer Quadrate beträgt 60.

Sie eignen sich somit für viele interessante Puzzles.

Am bekanntesten sind die Rechtecke.

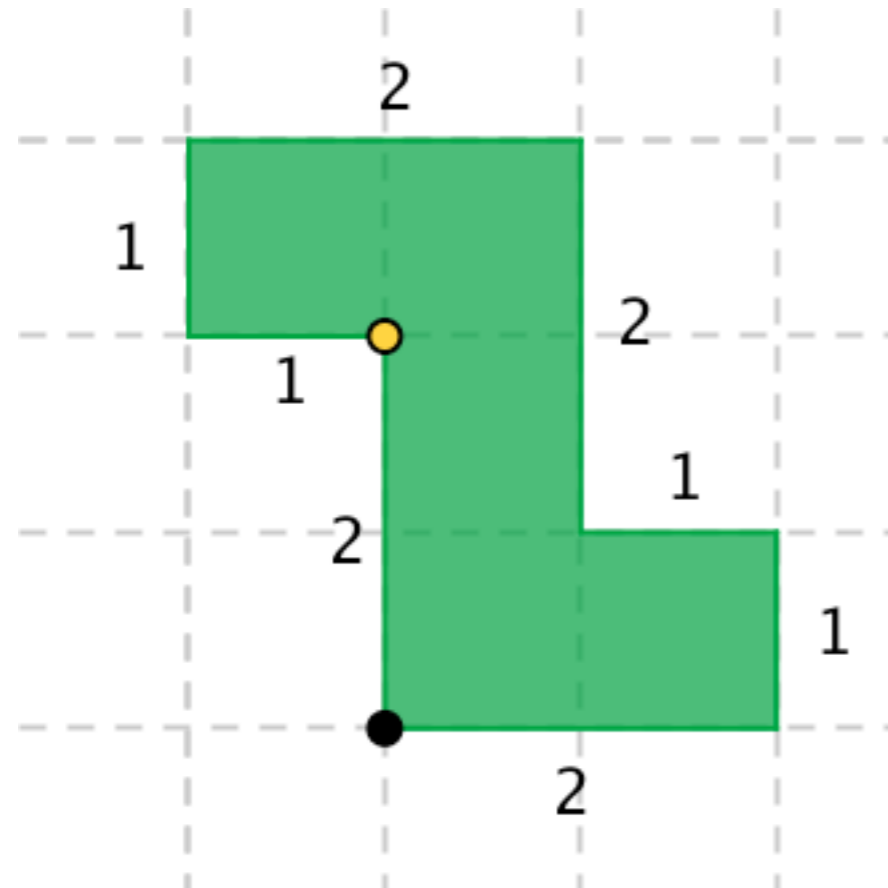
Welche Abmessungen können sie haben,
wenn man alle 12 Teile verwenden soll?

Verdopplungen und Verdreifachungen:



Gibt es Pentomnios die sich nicht verdoppeln lassen?

Umfänge der Pentominos:



Das „Z“ hat den Umfang:

$$u = 12$$

Welche Umfänge kommen noch vor?

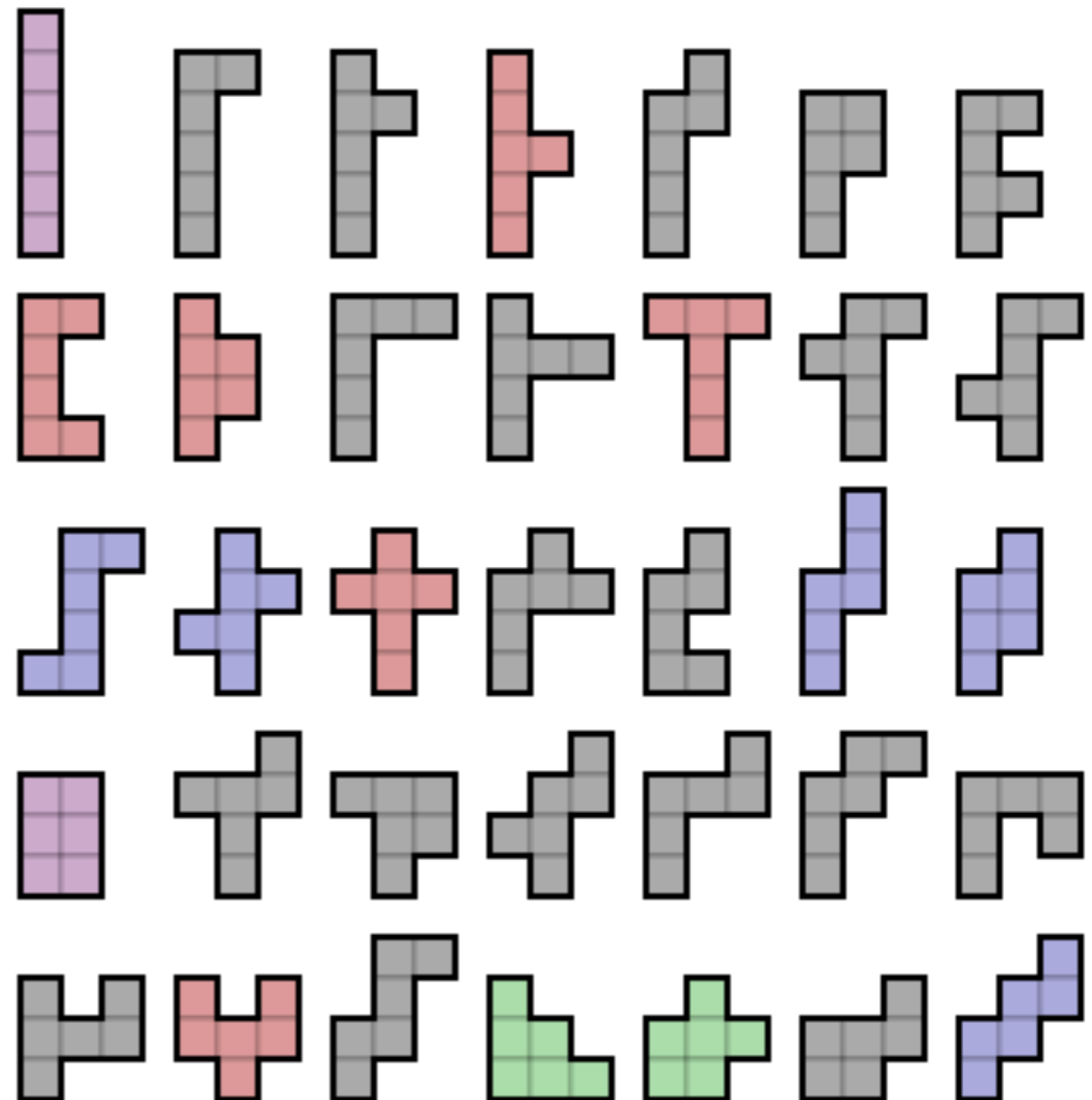
Findest du eine Möglichkeit, den Umfang jedes Pentominos ganz leicht zu berechnen?

5 Hexominos ...

Es gibt 35
verschiedene
Hexominos.

Einige davon sind
Würfelnetze.
Wie viele sind es?

Welche lassen sich
aus zwei Trominos
bilden, welche
nicht?



Es ist Zeit,
weitere Antworten zu suchen.

6 Lösungen (II)

Aufgabe 5

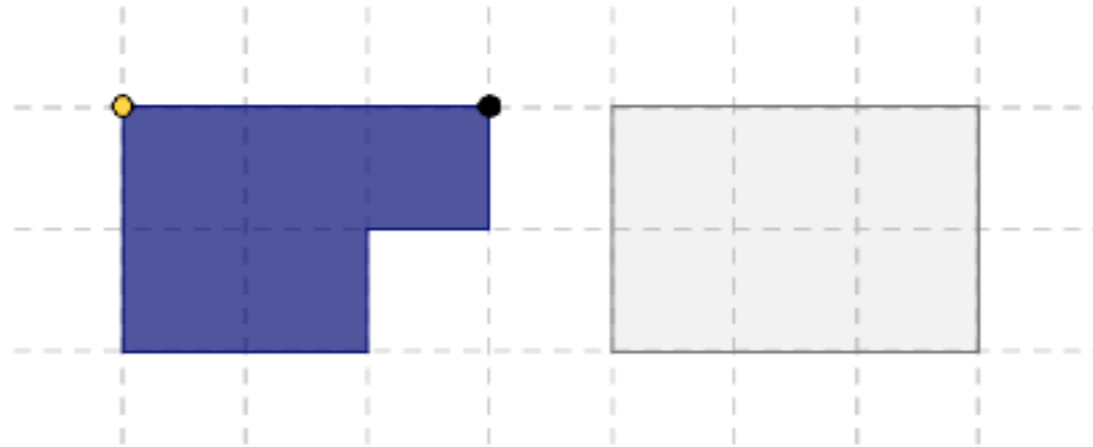
Genau zwei Pentominos lassen sich nicht verdoppeln:



Für das I gibt es übrigens nur zwei Möglichkeiten der Verdopplung.

Aufgabe 6

Ein Pentomino hat den Umfang 10.



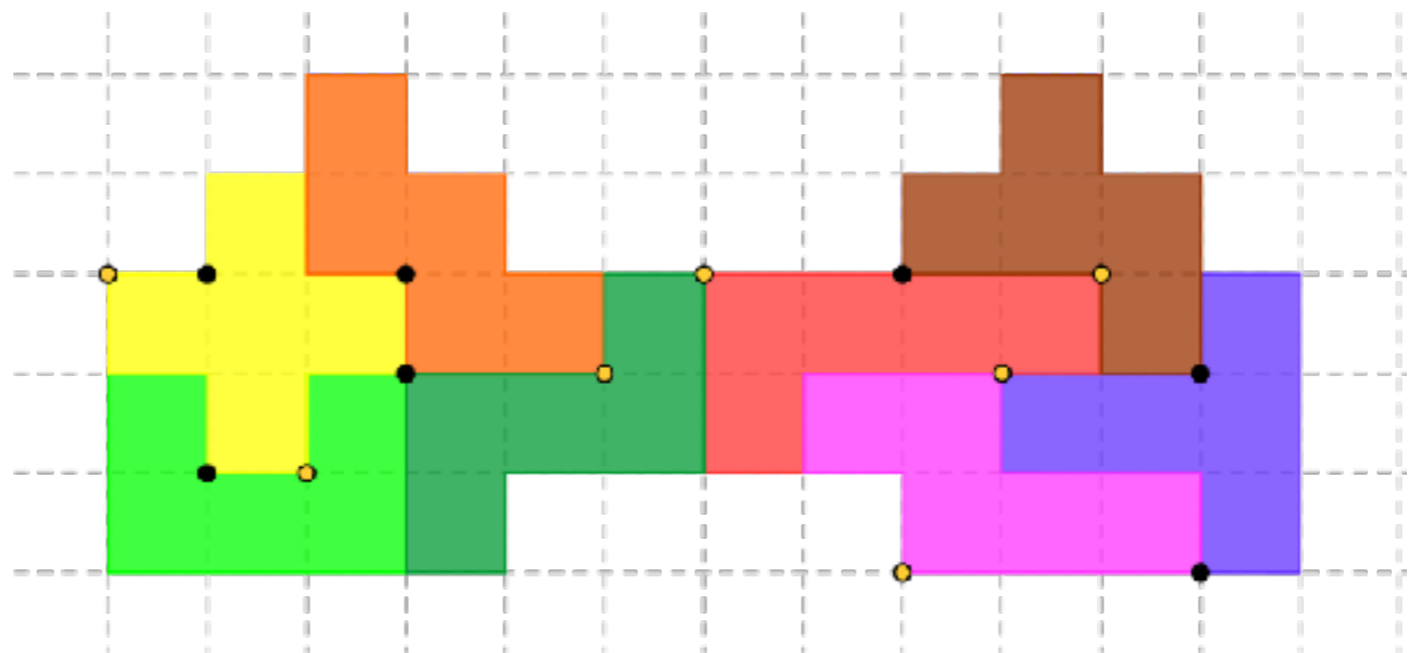
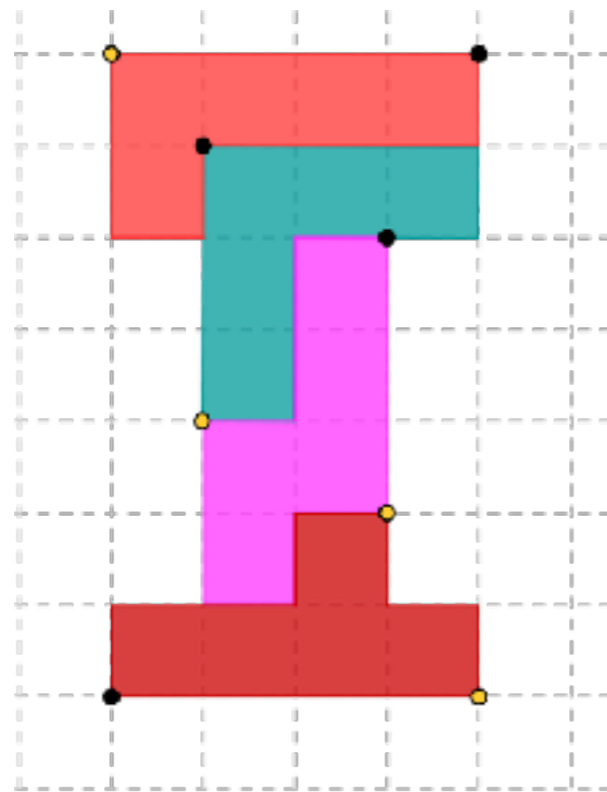
Alle anderen Pentominos haben den Umfang 12.
Außer für das „U“ gilt:

Jedes Pentomino hat denselben Umfang wie das umschließende Rechteck.

Aufgabe 7

Alle vier Puzzles sind lösbar.

Für die meisten gibt es sogar mehrere Lösungen.



Aufgabe 7

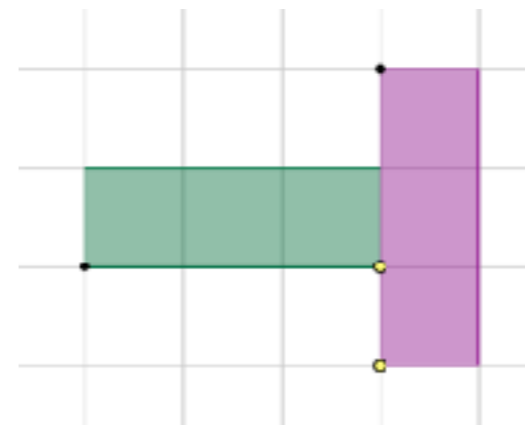
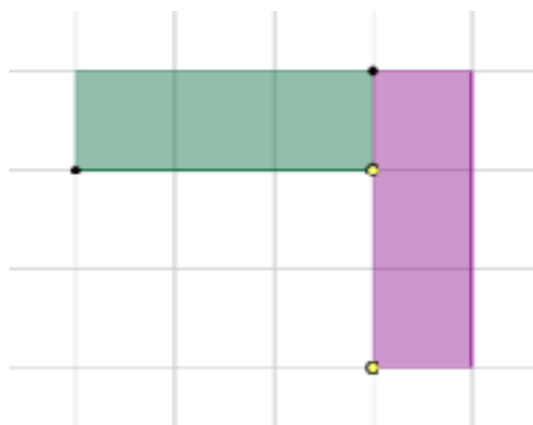
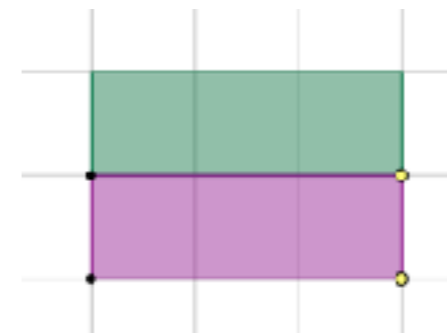
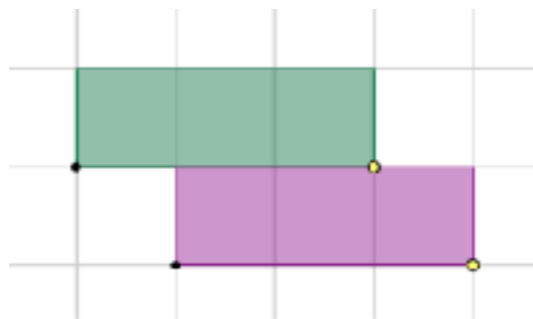
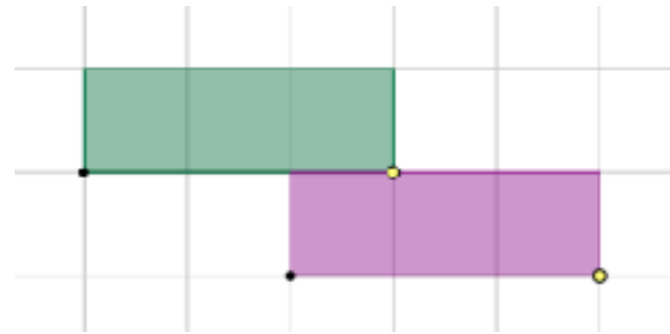
Die beiden anderen und viele weitere Puzzles
kannst du auf

www.mathoid.de

am Computer ausprobieren.

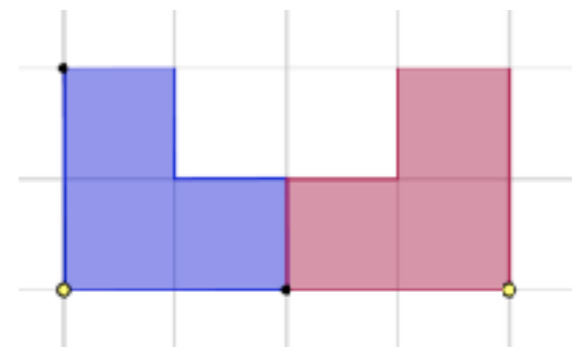
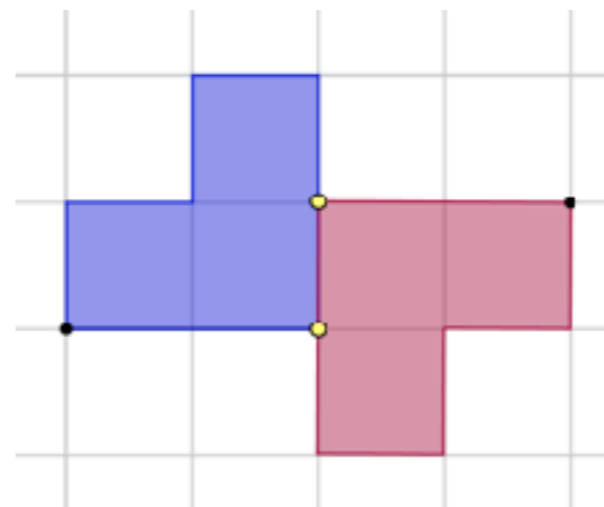
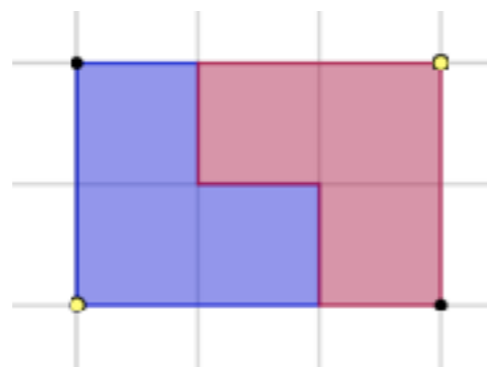
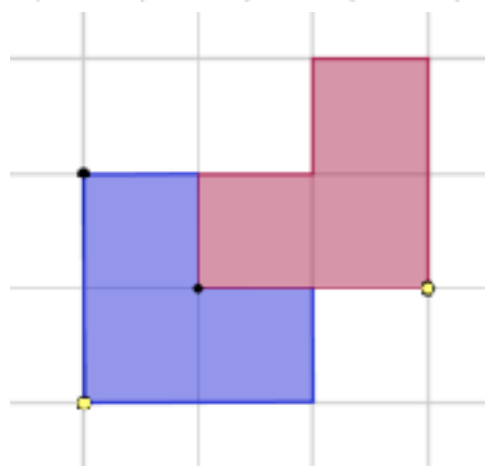
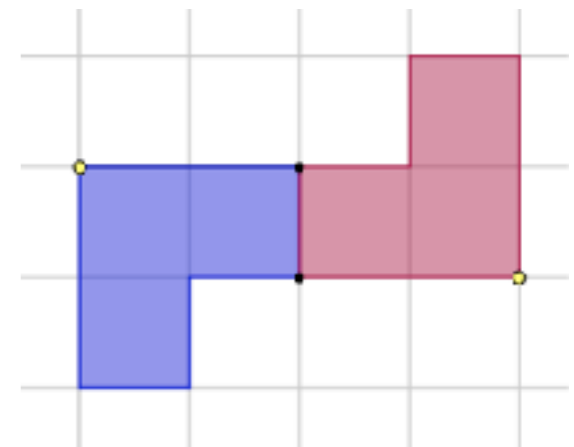
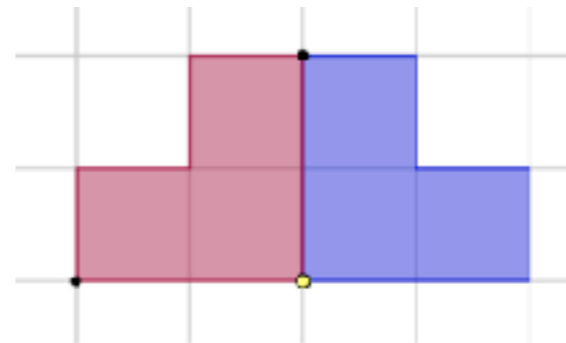
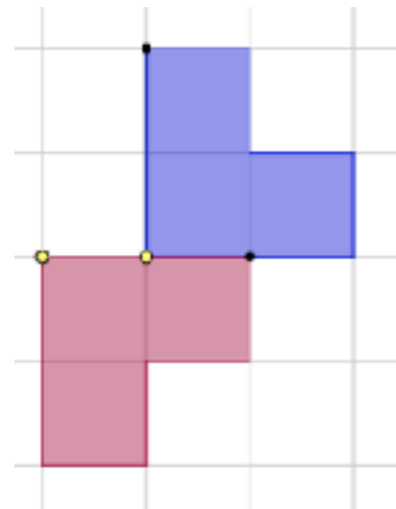
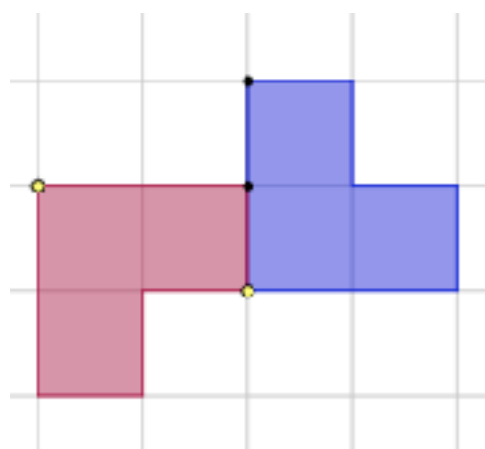
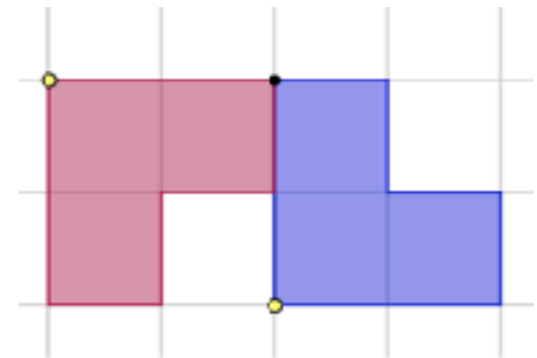
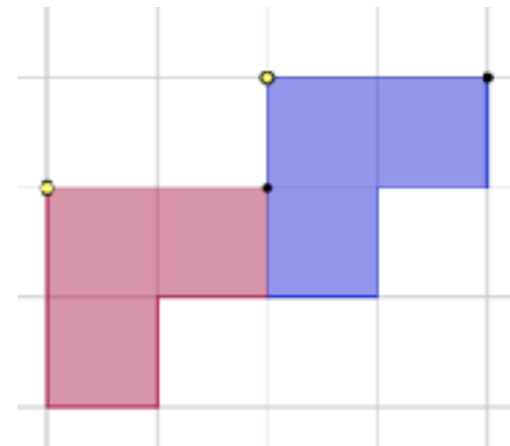
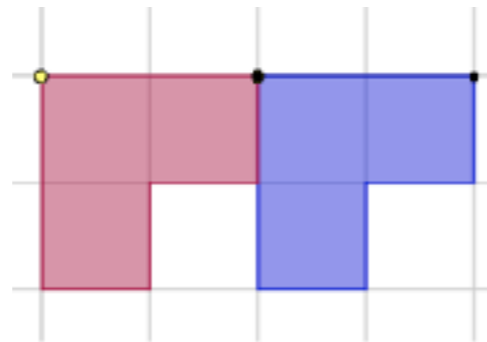
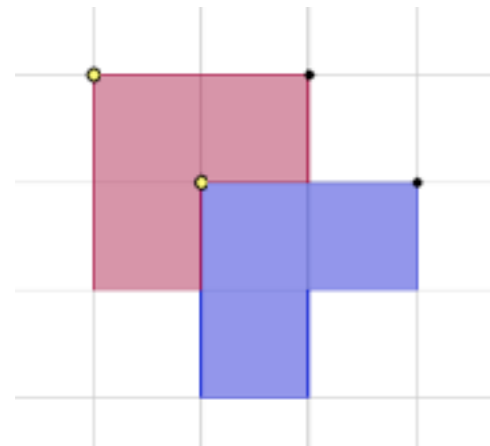
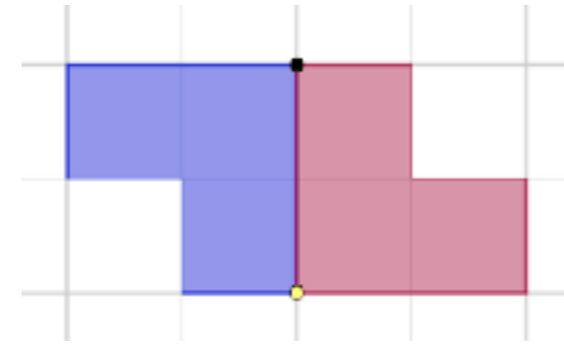
Aufgabe 8

Aus 2x „I“ lassen sich 6 Hexominos bauen.



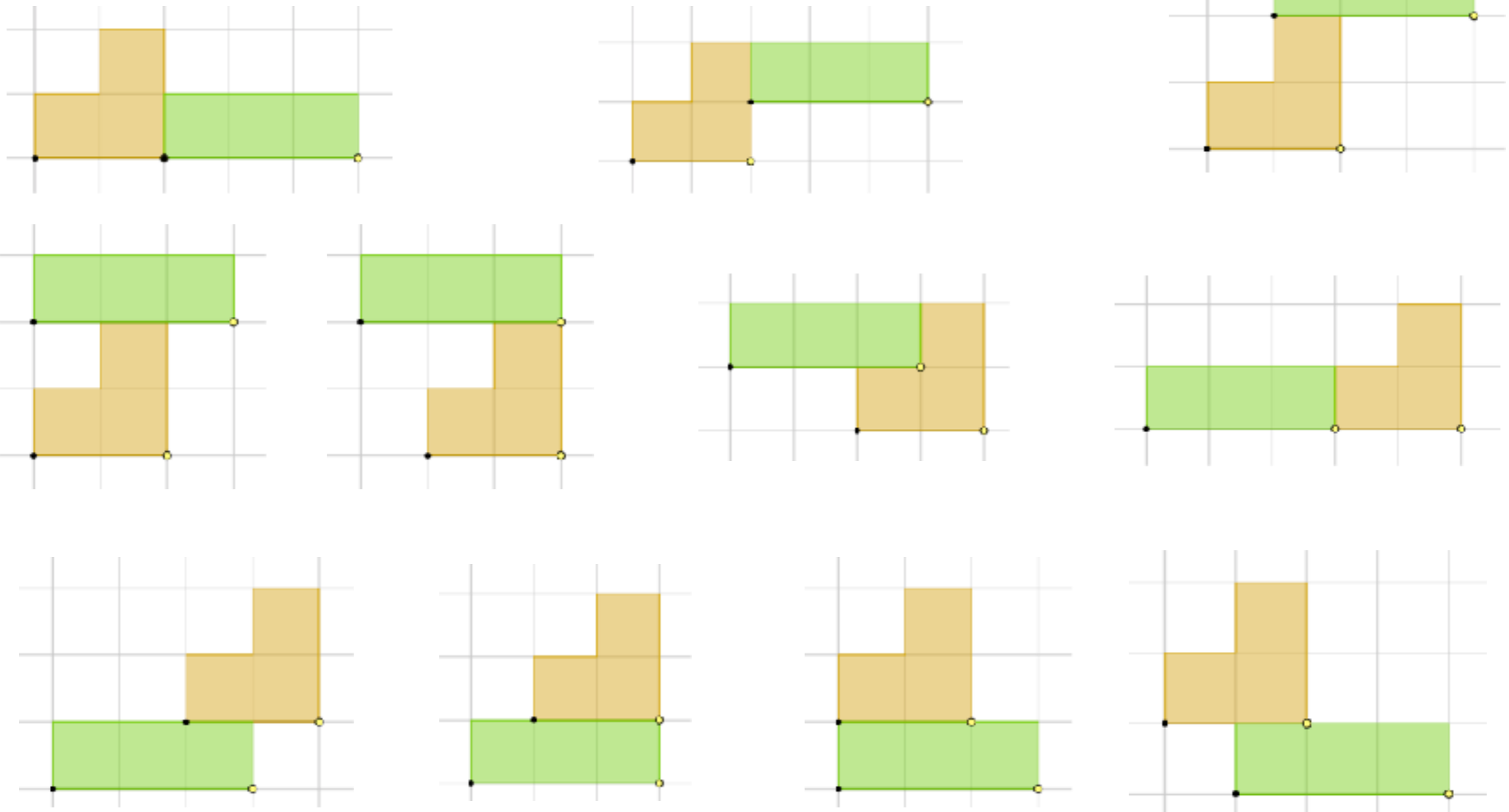
Aufgabe 8

13 Hexominos aus 2 x „v“:



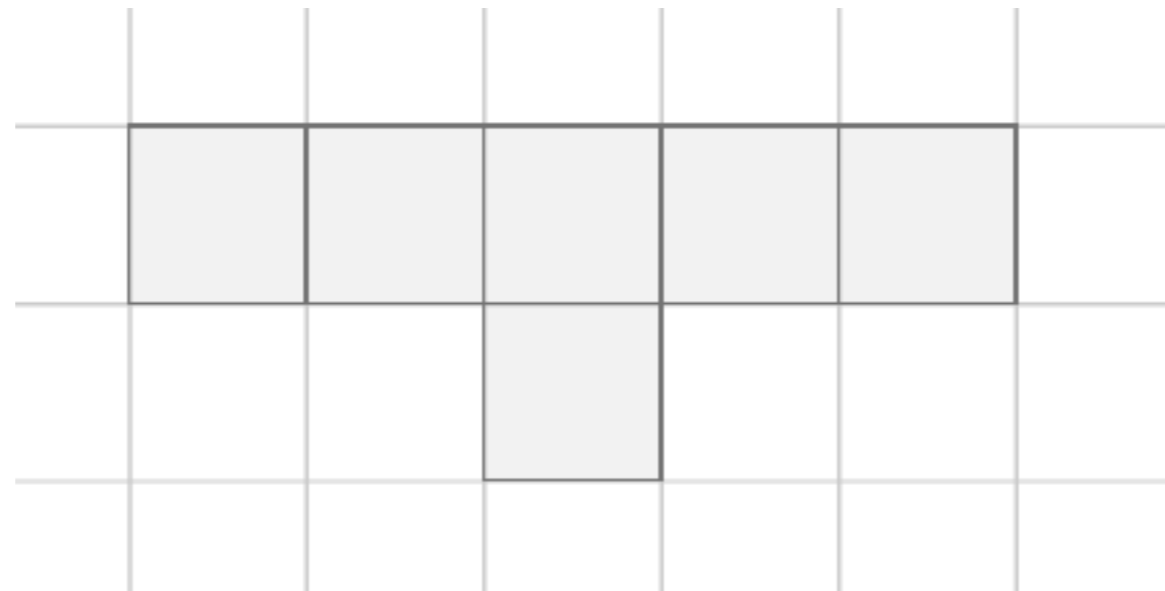
Aufgabe 8

11 Hexominos aus „V“ und „I“.



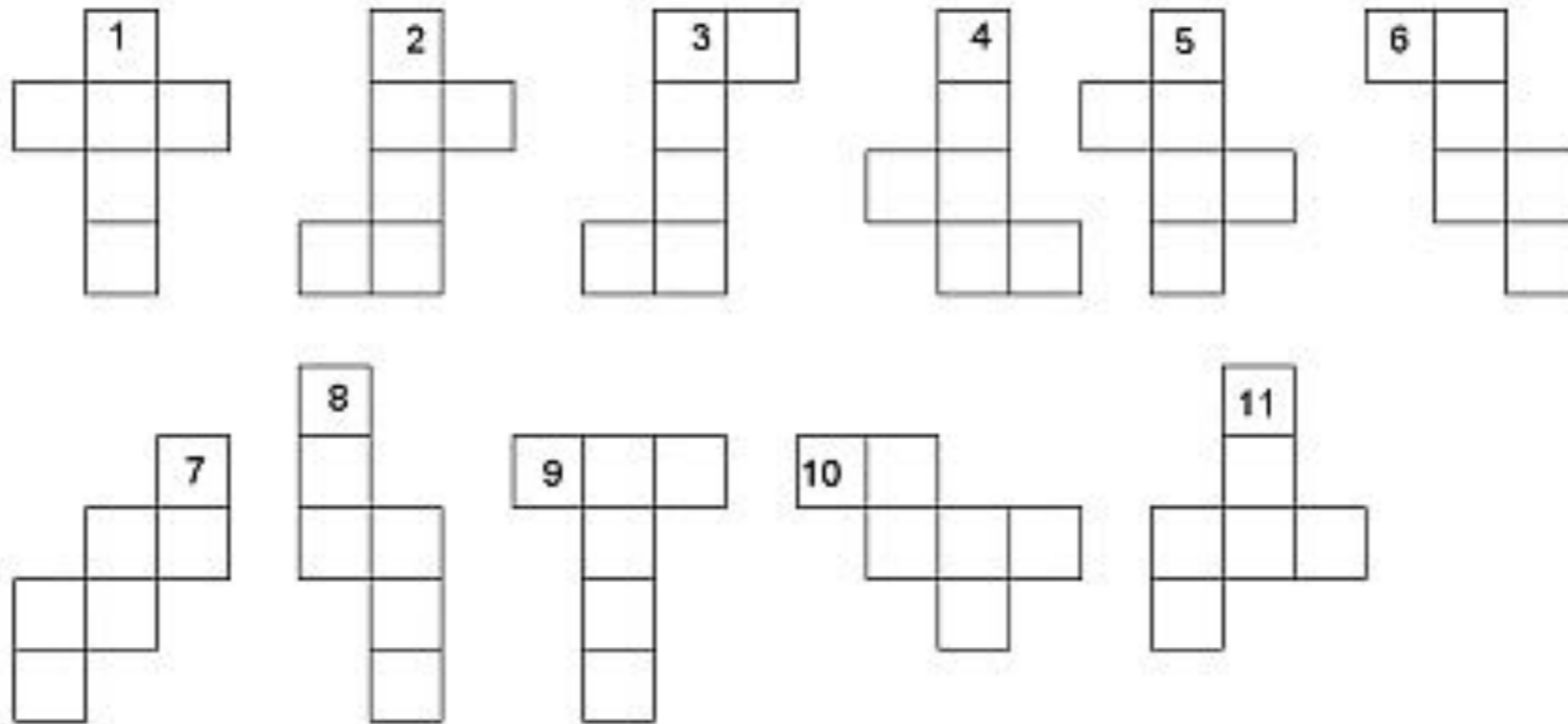
Aufgabe 8

Ein Hexomino, das sich nicht aus zwei Trominos bauen lässt, ist:

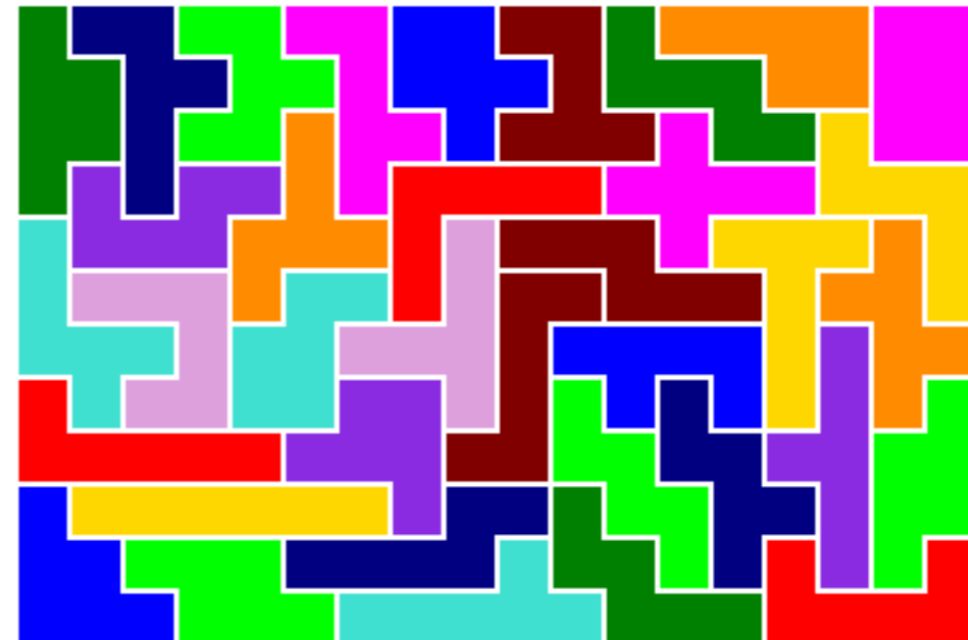
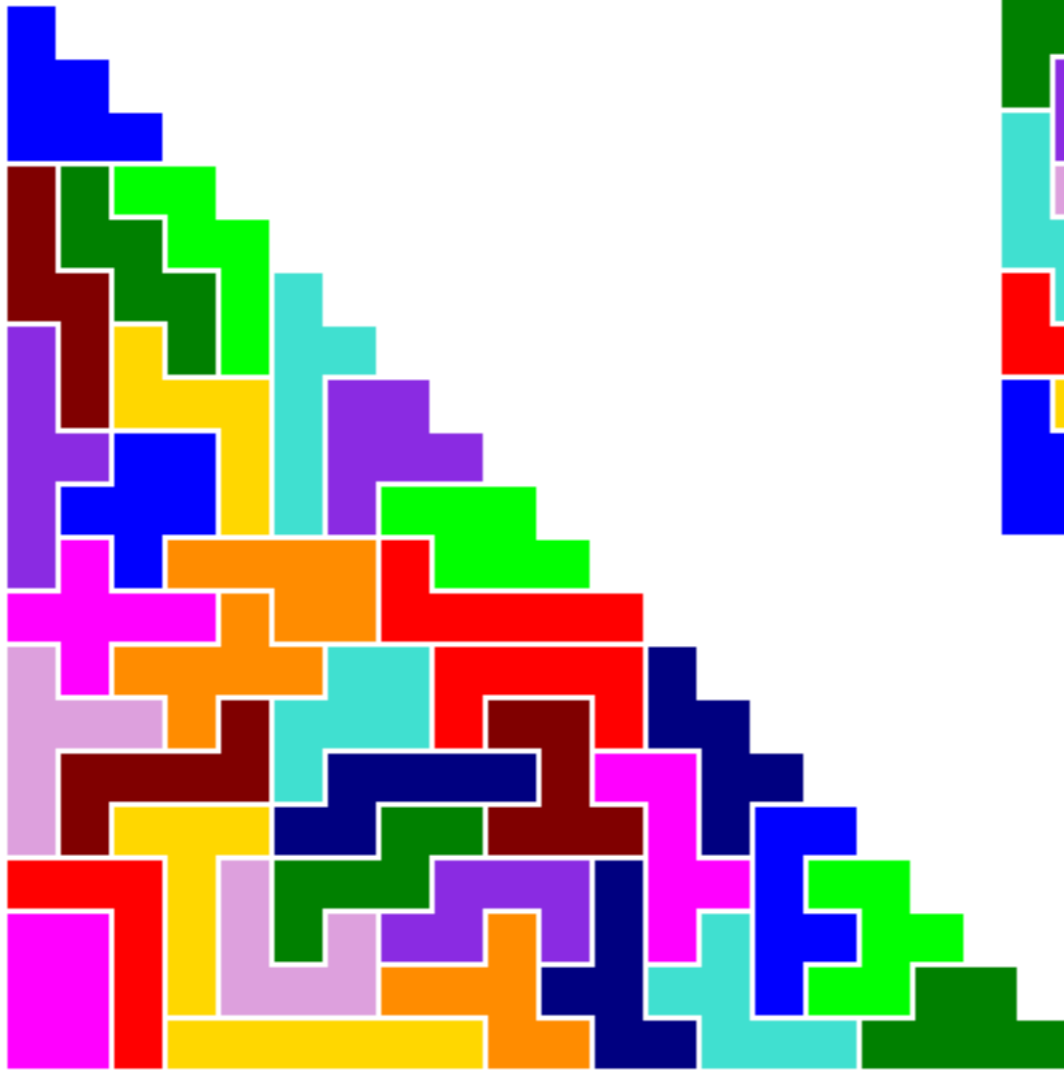


Aufgabe 8

Die 11 Würfelnetze...



Puzzles aus allen Hexominos:



9 Ausblick

Für die Beschäftigung mit Pentominos empfehlenswert:

„Das Pentomino-Buch“

Maria Koch, Notburga Grosser

Im Internet:

<http://www.mathematische-basteleien.de/pentomino.htm>

<http://www.mathoid.de/puzzles-und-spiele/pentominos/>

Auch weitere Puzzles zum Beispiel zu Tetrabolos sind dort zu finden.

Vielen Dank :)