

Das Beweisverfahren

## „Vollständige Induktion oder Schluss von $n$ auf $n+1$ “

Die Eigenschaft der natürlichen Zahlen  $H(n)$  gilt für alle  $n$  wird gezeigt mit dem Beweis der vollständigen Induktion in drei Schritten.

$H(n)$  :

### Schritt 1: Induktionsanfang (IA)

S1: Die Eigenschaft  $H(n)$  gilt für  $n = 0$  oder  $1$ , oder ...  
 $H(0)$  :  
 $H(0)$  ist wahr

### Schritt 2:

#### S2: Induktionsschritt (IS)

##### Schritt 2.1 : Induktionsvoraussetzung: (IV)

Die Eigenschaft gilt für eine beliebige, aber fest gewählte natürliche Zahl  $k$  ( $k \geq 0, 1, \dots$ ) s.o.  
 $H(k)$ :  $H(k)$  ist wahr.

##### Schritt 2.2 : Induktionsbehauptung: (IB)

Die Eigenschaft  $H(n)$  gilt auch für den Nachfolger  $n = k+1$ .  
 $H(k+1)$ :  $H(k+1)$  ist wahr.

##### Schritt 2.3: Beweis der Induktionsbehauptung

Durch Vergleich der (IB) mit der (IV) bekommt man einen Tipp wie man vorgehen kann.

Beweisschritte:

### Schritt 3:

#### S3 : Induktionsschluss:

Wir haben gezeigt, dass die Eigenschaft  $H(n)$  für die natürliche Zahl  $n = 0$  bzw.  $1$  bzw.  $2 \dots$  wahr ist und dass die Eigenschaft  $H(n)$  für die natürliche Zahl  $k+1$  wahr ist, wenn sie für die natürliche Zahl  $k$  wahr ist.

Also ist die Eigenschaft für  $n = 2$ , wahr, weil sie für  $n = 1$  wahr ist. Wenn sie für  $n = 2$  wahr ist, so ist sie auch für  $n = 3$  wahr usw. Die Eigenschaft gilt für alle natürlichen Zahlen.